

XXXIII KONKURS MATEMATYCZNY
im. prof. Jana Marszała (etap powiatowy)
(19.10. 2017 r. godz. 10.00 – 12.00)

ZADANIA DLA UCZNIÓW KLAS PIERWSZYCH

Zadanie 1.

Wykaż, że istnieje dokładnie jedna liczba trzycyfrowa spełniająca równocześnie następujące warunki :

- a) Jest podzielna przez 4
- b) Jej cyfry nie powtarzają się
- c) Suma tej liczby i liczby zapisanej cyframi w odwrotnej kolejności jest mniejsza od 400

Zadanie 2.

Dwa koła o promieniach długości 1 przechodzą wzajemnie przez swoje środki. Oblicz pole wspólnej części obu kół.

Zadanie 3.

Znajdź wszystkie liczby pierwsze p i q takie, że p jest dzielnikiem $q+1$ oraz q jest dzielnikiem $p + 1$.

POWODZENIA !

XXXIII KONKURS MATEMATYCZNY
im. prof. Jana Marszała (etap powiatowy)
(19.10. 2017 r. godz. 10.00 – 12.00)

ZADANIA DLA UCZNIÓW KLAS DRUGICH

Zadanie 1.

Udowodnij, że : jeżeli $a, b, c \in < 0, 1 >$ to $64abc(1 - a)(1 - b)(1 - c) \leq 1$.

Zadanie 2.

Wykaż, że jeżeli D, E, F są rzutami prostokątnymi dowolnego punktu wewnętrznego P trójkąta równobocznego ABC odpowiednio na boki BC, CA i AB tego trójkąta, to zachodzi

równość:
$$\frac{|PD|+|PE|+|PF|}{|BD|+|CE|+|AF|} = \frac{\sqrt{3}}{3} .$$

Zadanie 3.

Zapisz liczbę A w postaci $x + y\sqrt{z}$, gdzie $x, y \in \mathbb{C}$ i $z \in \mathbb{C}_+$ oraz $A = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}+\sqrt{8}+\sqrt{16}}$

POWODZENIA !

XXXIII KONKURS MATEMATYCZNY
im. prof. Jana Marszała (etap powiatowy)
(19.10. 2017 r. godz. 10.00 – 12.00)

ZADANIA DLA UCZNIÓW KLAS TRZECICH

Zadanie 1.

Dane są liczby dodatnie $x_1, x_2 \dots x_{2017}$ takie, że $x_1 + x_2 + \dots + x_{2017} = 1$.

Wykaz, że: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_{2017}} \geq 2017^2$

Zadanie 2.

Czworokąt ABCD jest trapezem o podstawach AB i CD. Udowodnij, że:

$$|AC|^2 + |BD|^2 = |AD|^2 + |BC|^2 + 2|AB| \cdot |DC|$$

Zadanie 3.

Rozwiąż równanie: $\sin\left(\frac{\pi}{6} + \left[\frac{\pi}{6x}\right]\right) = \frac{1}{2}$, gdzie $[c]$ oznacza największą liczbę całkowitą nie większą od liczby rzeczywistej c .

POWODZENIA !