

XXXII KONKURS MATEMATYCZNY
im. Prof. J. MARSZAŁA (etap powiatowy)
(20 październik 2016 r. godz. 10.00 – 12.00)

DLA UCZNIÓW KLAS PIERWSZYCH

Zadanie 1.

Sprawdź, czy podana liczba $k = \frac{(2016^2 \cdot 2017)^2 - 2016^2 - 4033}{2015^2 + 4030}$ jest całkowita. Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 2.

Wykaż, że suma liczb bliźniaczych większych od 3 jest podzielna przez 12.

Uwaga ! Liczby bliźniacze to dwie liczby pierwsze różniące się o dwa.

Zadanie 3.

Dany jest ostrokątny trójkąt ABC, którego długości boków wynoszą $|AB| = c$, $|AC| = b$, $|BC| = a$. Oblicz długość środkowej AD, jeżeli $D \in BC$.

ZADANIA DLA UCZNIÓW KLAS DRUGICH

Zadanie 1.

Uzasadnij, że podana równość $\frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 8} + \dots + \frac{1}{98 \cdot 100} = \frac{49}{200}$ jest prawdziwa.

Zadanie 2.

Znajdź wszystkie liczby pierwsze p, q, r, takie, że $p + q + r = pq + 1$.

Zadanie 3.

Na bokach AD i BC równoległoboku ABCD obrano punkty M i K tak, że $|AM| = |CK|$ oraz punkt P należący do boku AB. Proste MK, DP, CP rozcinają równoległobok na 3 trójkąty i 3 czworokąty. Wykaż, że pole jednego z tych trójkątów jest równe sumie pól dwóch pozostałych.

ZADANIA DLA UCZNIÓW KLAS TRZECICH

Zadanie 1.

Wykaż, że dla dodatnich liczb c, d takich, że $cd \geq 2016c + 2017d$ zachodzi :

$$\sqrt{c+d} \geq \sqrt{2016} + \sqrt{2017}.$$

Zadanie 2.

Wiedząc, że $x + y + z = 0$ oblicz wartość wyrażenia : $2x^4 + 2y^4 + 2z^4 - (x^2 + y^2 + z^2)^2$.

Zadanie 3.

Dany jest trapez prostokątny o podstawach długości a, b ($a > b$). Przekątne tego trapezu są do siebie prostopadłe. Znajdź stosunek długości dłuższej przekątnej do długości krótszej przekątnej.