VIII Podkarpacki Konkurs Matematyczny dla szkół ponadgimnazjalnych

Poziom I

(klasy pierwsze szkół ponadgimnazjalnych i trzecie gimnazjów)

Etap wojewódzki

7 czerwca 2008r., godzina 10.00

(150 minut)

1. Dla jakich $x \epsilon R$ wyrażenie $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + |2 - x|$ przyjmuje najmniejszą wartość i ile ona wynosi?
2. Niech r i R oznaczają odpowiednio promień okręgu wpisanego i opisanego na trójkącie prostokątnym. Wykaż, że $\frac{r}{R} \leq \sqrt{2} - 1$.
3. Wiedząc, że $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{3}$, oblicz $\mathrm{tg}^2\alpha + \mathrm{ctg}^2\alpha$.
4. Sprawdź, czy wyrażenie $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}+\sqrt{8}+\sqrt{16}} = \sqrt{2} - 1$ jest tożsamością.
5. Wysokość trapezu, którego przekątne są wzajemnie prostopadłe, jest równa 4. Oblicz pole trapezu wiedząc, że długość jednej z jego przekątnych wynosi 5.

Powodzenia!

VIII Podkarpacki Konkurs Matematyczny dla szkół ponadgimnazjalnych

Poziom II

(klasy drugie liceum i trzecie technikum)

Etap wojewódzki

7 czerwca 2008r., godzina 10.00

(150 minut)

1. Wykazać, że jeśli $|x - 1| + |y - 1| < 1$, to $|x^2 + y^2 - 2| < 3$.
2. Wyznaczyć współczynniki równania $x^3 - ax^2 + bx - c = 0$ tak, aby pierwiastkami tego równania były liczby a, b i c.
3. Dowieść, że dla każdego trójkąta zachodzą nierówności $\frac{1}{2r} < \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} < \frac{1}{r}$, gdzie r oznacza promień koła wpisanego w ten trójkąt, zaś h_1, h_2 są wysokościami tego trójkąta.
4. Wykazać, że jeżeli $\frac{a-b}{1+ab} + \frac{b-c}{1+bc} + \frac{c-a}{1+ac} = 0$, to co najmniej dwie spośród liczb a, b, c są równe.
5. W trójkącie ABC punkt E jest środkiem środkowej AD, zaś punkt F punktem przecięcia prostej BE z bokiem AC. Oblicz pole czworokąta FEDC wiedząc, że pole trójkąta ABC wynosi P.

Powodzenia!