

**I Podkarpacki Konkurs Matematyczny
dla uczniów klas drugich szkół średnich**

Etap powiatowy

24 marca 2001 r. godzina 10.00
(150 minut)

1. Kwadrat o boku 1 pokryto 16 prostokątami. Udowodnij, że obwód pewnego z nich jest nie mniejszy niż 1.
2. Liczby dodatnie a i b spełniają warunek „suma ich odwrotności jest równa 1”. Udowodnij, że $a^2 + b^2 \geq (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$.
3. W czworokącie $ABCD$ zachodzi równość $|AB| + |CD| = |BC| + |AD|$. Udowodnij, że okrąg wpisany w trójkąt ABC jest styczny do okręgu wpisanego w trójkąt ACD .
4. Czy liczbę 2002 można przedstawić jako różnicę kwadratów dwóch liczb naturalnych? Odpowiedź uzasadnij.
Co możesz powiedzieć o liczbie 2000, czy można przedstawić ją jako różnicę kwadratów dwóch liczb naturalnych? Odpowiedź uzasadnij.
5. Udowodnij, że:

$$\sqrt{2000} - \sqrt{1999} + \sqrt{1998} - \sqrt{1997} + \dots + \sqrt{4} - \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{1} > \frac{\sqrt{-1}}{2}$$

Powodzenia !